



Revista de Finanças Aplicadas

www.financasaplicadas.net
ISSN 2176-8854

GESTÃO DE RISCOS DE MERCADO DURANTE PERÍODOS TURBULENTOS

MARKET RISK MANAGEMENT DURING TURBULENT PERIODS

Antônio Marcos Duarte Junior

Ph.D. em Matemática Aplicada pela Princeton University.
Professor do Ibmec-RJ e da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.
antoniomarcosdj@uerj.br

Raphael Pinho Ramos Silva

Mestre em Ciências Econômicas pelo Ibmec-RJ.
Gerente de Riscos do Bank of New York Mellon.
rpinho@bnymellon.com.br

Uma versão deste artigo foi apresentada no XL SBPO, João Pessoa.

Recebido em 12/11/2015
Aprovado em 06/05/2015
Disponibilizado 27/07/2015
Avaliado pelo sistema
<i>double blind review</i>

GESTÃO DE RISCOS DE MERCADO DURANTE PERÍODOS TURBULENTOS

OBJETIVO

Nosso objetivo neste trabalho é propor uma estratégia dinâmica para o controle dos riscos de mercado de carteiras de investimentos com o uso de derivativos durante períodos turbulentos, quando há maior incerteza embutida na evolução dos preços dos ativos negociados nos mercados financeiros.

METODOLOGIA

A proposta está baseada no uso de um modelo de programação linear mista que minimiza a perda máxima da carteira com a compra/venda de diferentes derivativos. Para a verificação da eficiência da proposta utilizamos estudos com dados reais do mercado financeiro, incluindo doze das ações brasileiras mais líquidas e oito derivativos. Os cenários históricos utilizados nos exemplos numéricos foram selecionados para cobrir quatro períodos especialmente turbulentos no mercado financeiro brasileiro: ataque terrorista ao *World Trade Center* e Pentágono, eleição presidencial brasileira de 2002, “Escândalo dos Bingos”, e o início da “Crise do Mensalão”. Desta forma, com dados reais e períodos de elevada incerteza, pudemos verificar a efetividade da proposta na redução dos riscos de mercado quando comparada a outras técnicas de *hedge* comumente utilizadas por gestores de carteiras de investimentos.

RESULTADOS E CONCLUSÕES

Os resultados obtidos dos estudos numéricos comprovam a eficiência da proposta. A redução final no nível de risco de mercado atingida chegou a 75% do valor inicial, dependendo do número e do tipo dos derivativos utilizados pelo gestor da carteira. Comparativamente a outras estratégias mais conhecidas pelos operadores do mercado brasileiro, como *hedge* com o uso das “letras gregas”, a proposta sempre atingiu reduções maiores no nível de risco de mercado, comprovando assim a eficiência da proposta.

IMPLICAÇÕES PRÁTICAS

Lembremos que mercados emergentes, como o brasileiro, são particularmente sensíveis a instantes de maior incerteza, quando podemos observar a elevação da volatilidade dos preços dos ativos negociados no mercado financeiro. A estratégia proposta é particularmente interessante para gestores de carteiras operando durante períodos de estresse nos mercados financeiros que busquem reduções acentuadas do risco de mercado das carteiras. A proposta permite ao gestor controlar a perda segundo o pior dentre os cenários antecipados, evitando assim perdas que poderiam ser consideradas catastróficas para sua carteira. A proposta pode ser facilmente implementada na rotina diária de gestores de carteiras com o uso de algum pacote de otimização. Para problemas de pequeno porte a proposta pode até mesmo ser implementada com o uso do Solver do Microsoft Excel.

PALAVRAS-CHAVE:

Derivativos, Gestão de Riscos de Mercado, *Hedge*, Volatilidade.

MARKET RISK MANAGEMENT DURING TURBULENT PERIODS

OBJECTIVE

Our objective in this work is to propose a dynamic strategy to control the market risk of portfolios with derivatives during turbulent periods, that is, those periods of time when the prices of assets are more uncertain.

METHODOLOGY

The proposal is based on a mixed linear programming problem that minimizes the maximum loss of the portfolio after buying/selling different derivatives contracts. In order to study the efficiency of the proposal we rely on simulations with data collected from the Brazilian financial markets, including twelve of the most negotiated stocks in local markets and eight derivatives. The historical scenarios were chosen to cover four very turbulent periods in the Brazilian financial markets: the terrorist attacks to the World Trade Center and the Pentagon, the presidential election period in Brazil during the second semester of 2002, the “Escândalo dos Bingos”, and the beginning of the “Crise do Mensalão”. This way, we were able to compare the efficiency of our proposal when compared to alternatives for hedging that are usually adopted by portfolio managers working in the Brazilian financial markets.

RESULTS AND CONCLUSIONS

The results obtained from the simulations showed a reduction of the market risk up to 75% from its initial level, depending on the derivatives chosen by the portfolio manager. When compared to other approaches used by traders in local markets, such as the “Greeks”, our proposal attained large reductions for the market risk, proving to be superior as a hedging technique.

PRACTICAL IMPLICATIONS

Let us not forget that emerging markets, such as the Brazilian, are especially sensitive to periods with increasing international uncertainty, what is directly reflected in the rising values for their price volatility. The strategy proposed is particularly interesting for portfolio managers because it can provide substantial reductions in the market risk of their portfolios. The proposal allows portfolio managers to control their worst case scenarios, avoiding a catastrophic loss. The proposal can be implemented with the use of any optimization package. For small problems, the proposal can be implemented with the use of the Microsoft Excel Solver.

KEYWORDS

Derivatives, Hedge, Market Risk Management, Volatility.

INTRODUÇÃO

O Modelo Média-Variância (MARKOWITZ, 1959) oferece ao gestor de investimentos um conjunto de carteiras eficientes que exhibe o máximo nível de retorno esperado (medido pela média dos retornos) para um nível de risco de mercado fixado (medido pelo desvio padrão dos retornos).

Nos anos noventa os modelos para estruturação de carteiras eficientes evoluíram substancialmente do ponto de vista de modelagem matemática. Por exemplo, estes modelos passaram a incorporar diferentes medidas de risco de mercado como forma de capturar de forma mais precisa as distribuições assimétricas de ativos, como no caso das opções ou ativos com opções embutidas, conforme ilustrado em Konno e Yamazaki (1991), Markowitz, Todd, Xu e Yamane (1992) e Markowitz (1993), dentre outros.

Dentre os modelos para estruturação de carteiras eficientes, aqueles que são utilizados para a minimização do risco de mercado merecem atenção especial segundo Fabozzi e Markowitz (2011). Nesta classe de problemas se destacam dois baseados no uso de derivativos (CUSATIS e THOMAS, 2005; DUARTE, 2005):

1. O que busca minimizar a variância dos retornos esperados de uma carteira usando contratos futuros.
2. O que busca zerar as “letras gregas” (HULL, 2009) de uma carteira usando opções.

Os modelos propostos na literatura de finanças para a minimização do risco de mercado de uma carteira de investimento usando derivativos foram desenvolvidos para períodos de normalidade nos mercados financeiros como ilustrado na literatura internacional de finanças nos últimos quinze anos por Alexander e Barbosa (2008), Ankirchner, Dimitroff, Heyne e Pigorsch (2012), Bemporad, Bellucci e Gabbriellini (2014), Campbell, Medeiros e Viciara (2010), Carr e Wu (2012), Chakraborty e Barkoulas (1999), Chang, McAleer e Tansuchat (2011), Chen, Lee e Shrestha (2003), Dahl, Glar e Moller (2011), Ghorbel e Trabelsi (2012), Hammoudeh, Yuan, McAleer e Thompson (2010), Jondeau e

Rockinger (2006), Juhl, Kawaller e Koch (2012), Kallsen e Pauwels (2013), Lioui e Poncet (2002), Power, Vedenov, Anderson e Klose (2013), Sim e Zurbrugg (2001) e Yip, Stephens e Olhede (2010), dentre outros.

Situações de turbulência nos mercados financeiros, exatamente quando há mais incerteza nos preços dos ativos como, por exemplo, nos momentos vividos nos mercados mundiais nos dias imediatamente seguintes aos atentados terroristas ao World Trade Center e Pentágono em 2001, ou ainda durante a Crise de 2008, não podem ser cobertos com modelos propostos para situações de normalidade de mercado. Em outras palavras, para as situações atípicas, de turbulência/estresse, várias hipóteses de modelagem devem ser revistas. Uma situação destas é ilustrada ao analisarmos a estrutura de covariância dos retornos dos ativos que compõem uma carteira de investimentos: após a alteração do patamar das volatilidades dos preços de ativos, com a elevação acentuada destas quantidades, não é mais recomendado utilizar estimativas com dados passados para a matriz de covariância.

O nosso objetivo neste artigo é propor e ilustrar o uso de uma estratégia dinâmica para o controle do risco de mercado de uma carteira com o uso de derivativos em períodos de estresse nos mercados financeiros. Esta estratégia está baseada em um modelo de programação linear mista (TAHA, 2008) para a minimização de uma medida de risco de mercado de carteiras de investimento com derivativos. Adotamos como medida de risco de mercado a perda máxima para os cenários, os quais consideram situações de ruptura nos preços dos ativos no mercado financeiro, e investigamos o comportamento destas carteiras (chamadas de “carteiras hedgeadas”).

A relevância da proposta está diretamente ligada ao fato de que os mercados emergentes (como o brasileiro) tendem a reverberar com maior intensidade as crises dos mercados desenvolvidos (como o europeu e o norte-americano), causando flutuações de preços de maior magnitude em seus ativos. Em outras palavras, os resultados são particularmente interessantes para gestores de carteiras atuando no Brasil que busquem em momentos de crise reduzir suas perdas potenciais.

Os exemplos numéricos com dados reais apresentados cobrem doze das principais ações negociadas no mercado acionário brasileiro e oito derivativos, com estes últimos contendo opções (venda e compra) sobre ações e sobre contratos futuros do Ibovespa. Em outras palavras, utilizamos alguns dos ativos mais negociados no mercado acionário brasileiro para fins de ilustração prática da proposta.

Escolhemos um período longo e turbulento vivido pelos investidores do mercado financeiro brasileiro para a captura de dados reais para o estudo numérico, o qual se estende dos ataques terroristas ao World Trade Center e Pentágono, passa pela eleição presidencial de 2002, pelo “Escândalo dos Bingos”, e chega ao início da “Crise do Mensalão”.

Em termos de organização, este trabalho apresenta na segunda seção uma discussão sobre como modelos de programação matemática podem ser utilizados em estratégias (estáticas ou dinâmicas) para a minimização dos riscos de mercado de carteiras de investimento. O modelo de otimização proposto é apresentado na terceira seção, com suas variáveis, parâmetros e equações detalhadas. Na quarta seção estão exibidos os resultados de vários exemplos numéricos como ilustração do uso do modelo com dados reais do mercado acionário brasileiro em condições de turbulência. As conclusões encerram o trabalho, acompanhadas das direções para futuros desenvolvimentos do modelo.

ESTRATÉGIAS PARA A MINIMIZAÇÃO DOS RISCOS DE MERCADO DE CARTEIRAS

As estratégias para a minimização dos riscos de mercado de carteiras de investimento podem ser classificadas em dois tipos (CFA INSTITUTE, 2009):

1. As estratégias estáticas, nas quais o gestor decide comprar/vender instrumentos para efetuar a minimização do risco de mercado da carteira sob sua gestão, mantendo-os até o vencimento – ou seja, sem efetuar o rebalanceamento da carteira por meio de outras compras/vendas. Este é o caso da estratégia para carteiras de renda fixa conhecida como cash

flow matching, onde o gestor assume posições compradas/vendidas em outros ativos (possivelmente derivativos), carregando as posições até o vencimento (FABOZZI, 2005).

2. As estratégias dinâmicas, quando o gestor decide comprar/vender instrumentos para minimizar o risco de mercado da carteira sob sua gestão, efetuando novas compras/vendas ao longo do tempo, sempre que julgar necessário o ato de rebalancear a carteira. Este é o caso da estratégia com opções baseada nas “letras gregas” na qual o gestor deve comprar ou vender opções regularmente para manter as “letras gregas” da carteira próximas a zero (HULL, 2009).

Não há unanimidade sobre a eficiência relativa de estratégias dinâmicas quando comparadas às estratégias estáticas, conforme ilustrado por Salvador e Aragó (2014). Entretanto, segundo CFA Institute (2009) e Fabozzi e Markowitz (2011), a adoção de estratégias dinâmicas é o usual no mercado financeiro, quando o gestor busca regularmente a minimização de alguma medida de risco de mercado como forma de melhorar o controle dos riscos de mercado de sua carteira. Por exemplo, a utilização da variância dos retornos de uma carteira é usual quando utilizando contratos futuros para controlar os riscos de uma carteira como ilustrado em Apergis e Gabrielsen (2012), Chang, McAleer e Tansuchat (2011) e Ghorbel e Trabelsi (2012), dentre outros. Nestas situações, a escolha da quantidade de contratos futuros que leva à minimização da variância da referida carteira é recalculada regularmente como forma de rebalanceamento da carteira de mínima variância.

Nossa proposta de estratégia dinâmica para a minimização do risco de mercado de uma carteira em condições de turbulência no mercado financeiro pode ser operacionalizada da seguinte forma:

1. O gestor deve identificar no mercado quais instrumentos deseja utilizar para controlar o risco de mercado da carteira sob sua gestão e obter todos os dados necessários para o apreçamento daqueles instrumentos escolhidos. Nos exemplos numéricos apresentados neste trabalho utilizamos derivativos para minimização do risco de mercado.

2. Como segundo passo o gestor deve escolher a medida de risco de mercado que melhor traduz seu desejo de controle da exposição da carteira sob sua gestão. É importante lembrar que esta escolha exercerá papel fundamental nos resultados a serem obtidos. A medida de risco de mercado que sugerimos para situações de turbulência é a perda máxima da carteira para um conjunto de cenários, alguns dos quais refletem situações de estresse no mercado financeiro.
3. Um problema de otimização (descrito na próxima seção) deve ser resolvido para a determinação dos montantes a serem comprados/vendidos dos instrumentos previamente selecionados.
4. Uma vez tendo comprado/vendido os montantes necessários para controlar a perda máxima da carteira, o gestor deve decidir em qual momento deve buscar o rebalanceamento da carteira, obtendo novos valores de compra/venda dos instrumentos selecionados para as novas condições de mercado. A identificação do momento correto para efetuar o novo rebalanceamento não é um problema fácil na prática e, em muitos aspectos, lembra a enorme dificuldade que gestores ativos experimentam quando efetuando o chamado *market timing* do mercado, como discutido em textos clássicos no assunto conforme Admati, Bhattacharya, Pfleiderer e Ross (1986) e Henriksson e Meron (1981). De qualquer forma, assim que julgada a necessidade do rebalanceamento, o gestor retornará à terceira etapa descrita acima.

UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO PARA MOMENTOS TURBULENTOS

Nesta seção detalhamos o Modelo de Otimização para Momentos de Turbulência (MOMT), especificando variáveis, parâmetros e equações.

O MOMT assume que:

1. Existe uma carteira com um conjunto de ativos. Estes ativos podem ser ações, debêntures, título públicos (federais, estaduais ou municipais),

opções, *swaps*, contratos cambiais a termo, futuros de taxas de juros etc.

2. Em determinado instante, o gestor da carteira deseja reduzir a exposição a riscos de mercado de sua carteira – medida pela perda máxima – sem se desfazer de nenhuma de suas posições atuais. Este é o caso quando, por exemplo, deseja-se manter os custos transacionais reduzidos, satisfazer percentuais mínimos de alocação a determinadas classes de ativos (como no caso de fundos de pensão) e evitar negociações com ativos de reduzida liquidez.
3. Existe um conjunto de derivativos disponíveis no mercado para a minimização do risco de mercado da carteira do gestor. Deseja-se comprar/vender alguns destes derivativos que, uma vez adicionados à carteira original, deverão controlar a perda máxima da carteira. O MOMT deve ser utilizado para determinar o quanto comprar/vender de cada derivativo.

A formulação do MOMT é a seguinte:

1. Assumimos que n^a ativos estão na carteira original do gestor.
2. Assumimos que n^d derivativos estão disponíveis para minimização do risco de mercado.
3. Assumimos que m cenários foram gerados para o modelo de otimização.
4. Denotamos por r_{ij}^a o retorno esperado para o ativo i (com $1 \leq i \leq n^a$) sob o cenário j (com $1 \leq j \leq m$).
5. Denotamos por r_{kj}^d o retorno esperado para o derivativo k (com $1 \leq k \leq n^d$) sob o cenário j (com $1 \leq j \leq m$).
6. Denotamos por $p_i^a > 0$ o valor (em R\$) do lote mínimo disponível para negociação do ativo i (com $1 \leq i \leq n^a$).

7. Denotamos por $p_k^d > 0$ o valor (em R\$) do lote mínimo disponível para negociação do derivativo k (com $1 \leq k \leq n^d$).
8. Denotamos por $h_i^a > 0$ a quantidade de lotes mínimos do ativo i (com $1 \leq i \leq n^a$) na carteira original do gestor.
9. Denotamos por H_k^d a quantidade de lotes mínimos do derivativo k (com $1 \leq k \leq n^d$) na carteira otimizada, com $H_k^d \in \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.

Associa-se $H_k^d < 0$ a uma posição vendida no derivativo k , e $H_k^d > 0$ a uma posição comprada no derivativo k .

10. Denotamos por γ o percentual máximo do total do patrimônio da carteira original do gestor que se deseja permitir em termos de custos/recebimentos da carteira de derivativos, resultando na restrição

$$\left| \sum_{k=1}^{n^d} p_k^d H_k^d \right| \leq \gamma \sum_{i=1}^{n^a} p_i^a h_i^a .$$

11. Denotamos por l_k^d o número de lotes em aberto existentes no mercado para o derivativo k (com $1 \leq k \leq n^d$).
12. Denotamos por λ o percentual máximo do número de lotes existentes no mercado que se deseja permitir comprar/vender de cada derivativo, resultando em

$$\left| H_k^d \right| \leq \lambda_k^d \quad \forall k = 1, 2, \dots, n^d .$$

13. Denotamos por R_j o retorno (em R\$) da carteira de ativos e derivativos para o cenário j , com

$$R_j = \sum_{i=1}^{n^a} r_{ij}^a p_i^a h_i^a + \sum_{k=1}^{n^d} r_{kj}^d p_k^d H_k^d \quad \forall j = 1, 2, \dots, m .$$

e

$$R_j \in \mathfrak{R} \quad \forall j = 1, 2, \dots, m .$$

14. Por fim, denotamos por V a variável auxiliar que especificará a perda máxima da carteira quando da obtenção da solução ótima do MOMT, com $V \in \mathfrak{R}$.

A formulação matemática completa do MOMT é:

$$\begin{aligned}
 & \text{Maximize } V \\
 & \text{Sujeito a : } R_j = \sum_{i=1}^{n^a} r_{ij}^a p_i^a h_i^a + \sum_{k=1}^{n^d} r_{kj}^d p_k^d H_k^d \quad \forall j = 1, 2, \dots, m \\
 & V \leq R_j \quad \forall j = 1, 2, \dots, m \\
 & \left| \sum_{k=1}^{n^d} p_k^d H_k^d \right| \leq \gamma \sum_{i=1}^{n^a} p_i^a h_i^a \\
 & |H_k^d| \leq \lambda_k^d \quad \forall k = 1, 2, \dots, n^d \\
 & H_k^d \in \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} \quad \forall k = 1, 2, \dots, n^d \\
 & R_j \in \mathfrak{R} \quad \forall j = 1, 2, \dots, m \\
 & V \in \mathfrak{R}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Seguindo o procedimento usual para a formulação de problemas de otimização, as variáveis decisórias estão denotadas em letra maiúscula, enquanto os parâmetros em letras minúsculas (TAHA, 2008).

EXEMPLOS NUMÉRICOS DO MERCADO FINANCEIRO BRASILEIRO

Nesta seção ilustramos numericamente o uso do MOMT.

Assumimos que o gestor possuía em 08/09/2006 uma carteira com doze ações, conforme a Tabela 1 (ou seja, $n^a=12$). No total, assumimos que a carteira possuía um patrimônio de aproximadamente R\$ 12 milhões, igualmente investidos nas doze ações.

Tabela 1. Ações na Carteira do Gestor em 08/09/2013

Empresa	PETROBRAS	VALE	TELEMAR	USIMINAS	BRDESCO	SID. NAC.	GERDAU	BRASKEM	ITAU	ELETRORBRAS	EMBRATEL	VIVO
Cod. Bo-	PETR4	VALE5	TNLP4	USIM5	BBDC4	CSNA3	GGBR4	BRKM5	ITAU4	ELET6	EBTP4	VIVO4
Lote Padrão	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100000	100000	100
Preço Mé-	41.64	40.85	27.25	68.31	70.15	64.39	31.45	13.86	64.20	42.70	6.75	6.44
Quantidade	24000	24500	36700	14600	14200	15500	31800	72100	15500	23419000	148148000	155200
R\$	999,360	1.000,825	1.000,075	997,326	996,130	998,045	1.000,110	999,306	995,100	999,991	999,999	999,488

As opções selecionadas para a ilustração numérica do uso do MOMT foram as mais líquidas do mercado em 08/09/2006, incluindo duas de compra (PETRI42 e VALEJ44), cinco de venda (PETRJ44P, TNLPJ26P, VALEJ44P, PETRI42P e VALEI42P), e uma opção de venda sobre o contrato futuro do Ibovespa negociado na BM&FBOVESPA com vencimento em um ano. A Tabela 2 resume as informações sobre as oito opções usadas (ou seja, $n^d=8$).

Tabela 2. Opções Disponíveis em 08/09/2006

Empresa	IBOVESPA	PETROBRAS	PETROBRAS	TELEMAR	TELEMAR	VALE	PETROBRAS	VALE
Ativo Objeto	INU7	PETR4	PETR4	TNLP4	TNLP4	VALE5	PETR4	VALE5
Cod. Opção	IBOVU42	PETRJ44P	TNLPJ26P	VALEJ44P	PETRJ44	VALEJ44	PETRI42P	VALEI42P
Tipo	Venda	Venda	Venda	Venda	Compra	Compra	Venda	Venda
Vencimento	12/09/2007	16/10/2006	16/10/2006	16/10/2006	16/10/2006	16/10/2006	18/09/2006	18/09/2006
Preço Exerc.	42000	44	26	44	44	44	42	42
Preço Fech. (R\$)	630.09	1.75	0.00	2.54	0.67	0.61	0.25	1.01

Os cenários históricos utilizados cobriram retornos semanais em um período de cinco anos consecutivos (com $m=246$), tendo sido gerados com as mesmas técnicas da Metodologia da Simulação Histórica para estimação do *Value-at-Risk* de carteiras, conforme Jorion (2009).

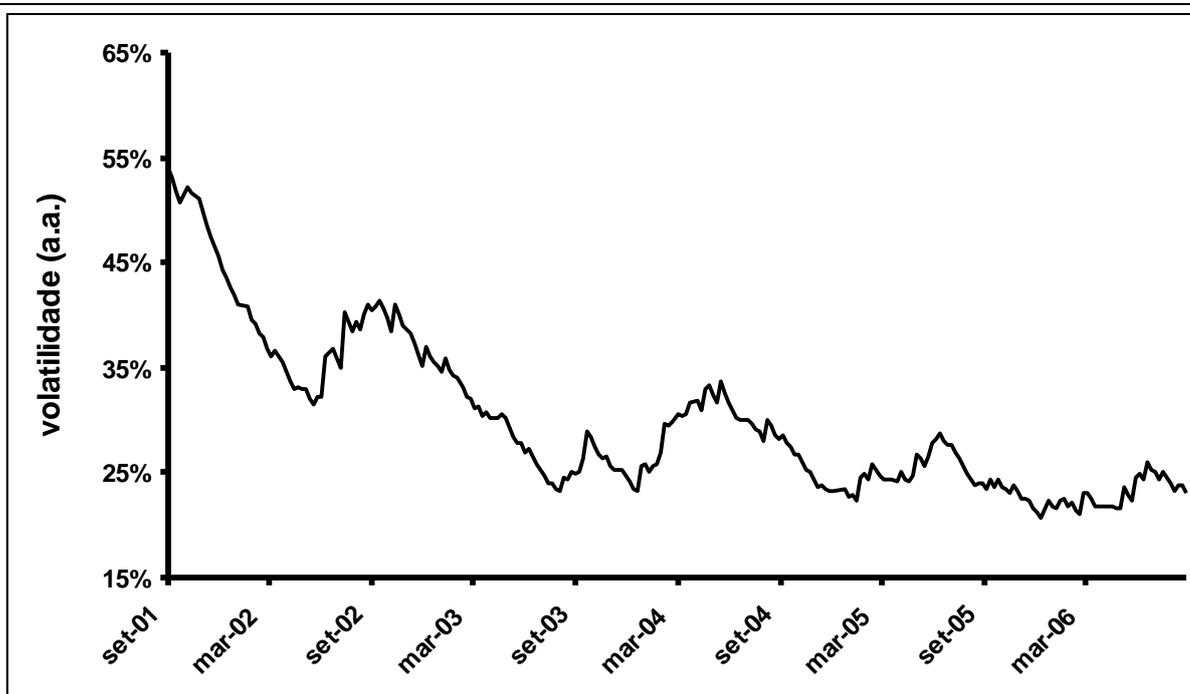
Os cenários históricos utilizados iniciam com os atentados terroristas ao World Trade Center e Pentágono, passam pelo segundo semestre de 2002 (quando havia um temor no mercado local em relação à eleição do então candidato Luis Inácio Lula da Silva), pelo “Escândalo dos Bingos” (no primeiro semestre de 2004), e pelo início da “Crise do Mensalão” (em meados de 2005, que teve seu clímax com a saída do então Chefe da Casa Civil, José Dirceu), dentre outros eventos.

O gráfico da volatilidade anualizada do Ibovespa estimada com o método da Média Móvel com Alisamento Exponencial (MMAE; RISKMETRICS, 1994) com fator de amortecimento de 0,94 e setenta e cinco observações passadas está dado na Figura 1. Podemos observar nesta figura que, para cada um dos quatro períodos mencionados no parágrafo anterior, há aumento no nível de volatilidade estimada.

Os cenários gerados para os retornos das ações (r_{ij}^a) foram obtidos para os lotes mínimos negociados, após correção para proventos.

Os cenários para os derivativos usados para a minimização do MOMT (r_{kj}^d) foram calculados por meio da fórmula de Black-Scholes para as opções sobre ações, e pela fórmula de Black para a opção sobre o contrato futuro (HULL, 2009). Em todos os casos foi utilizada a técnica conhecida como reapreçamento completo (*full repricing*; FUSCO, McLEAVEY, PINTO e RUNKLE, 2007).

Figura 1. Volatilidade do Ibovespa



No caso das opções houve necessidade de geração de cenários para alguns dados de entrada das fórmulas de Black-Scholes e Black. Foram gerados cenários para os ativos-subjacentes, para a volatilidade destes ativos, e para as taxas de juros nos vencimentos em questão. As volatilidades foram calculadas pelo método de MMAE, com os mesmos parâmetros usados na obtenção da Figura 1. As séries de juros foram obtidas da BM&FBOVESPA para os principais vértices e, a partir destes, foram interpoladas linearmente para todos os demais vencimentos necessários entre vértices. No caso particular da opção de venda de índice, foi também gerado o ativo objeto; ou seja, uma série do fu-

turo de índice (INU7) com vencimento em 12/09/2007. Para isso, foi utilizada uma projeção do Ibovespa para este vencimento utilizando técnicas de apreçamento livres de arbitragem (FUSCO, McLEAVEY, PINTO e RUNKLE, 2007; HULL, 2009).

É possível incorporar qualquer cenário ao MOMT. Por exemplo, é possível utilizar cenários obtidos via modelos econométricos que incorporam as opiniões de gestores com diferentes níveis de confiança, como ilustrado em Black e Litterman (1991). Entretanto, como forma de facilitar a reprodução de nosso trabalho por qualquer leitor, usamos apenas cenários históricos neste trabalho.

Dada a carteira descrita na Tabela 1, a perda máxima semanal observada para os cenários históricos cobrindo os cinco anos de dados utilizados foi de R\$ 1.327.316,23, o que corresponde a 11,07% do patrimônio da carteira. Como comparação, vale mencionar que os valores do *Value-at-Risk* desta carteira a 5% e 1% são, respectivamente, R\$ 787.004,83 e R\$ 1.028.937,39.

Escolhemos os valores $\gamma = 5\%$ e $\lambda = 2\%$ para um primeiro exemplo ilustrativo. A Tabela 3 resume três situações de minimização do risco de mercado (linhas b, c e d), além da situação sem qualquer minimização (linha a).

Tabela 3. Quantidades Otimizadas de Opções (compradas ou vendidas)

	IBOVU45	PETRJ44P	TNLPJ26P	VALEJ44P	PETRJ44	VALEJ44	PETRI42P	VALEI42P	Perda Máx.(R\$)
(a)	0	0	0	0	0	0	0	0	(1.327.316,23)
(b)	0	0	0	0	-3757	-3956	0	0	(842.295,47)
(c)	14	925	-1586	-2813	-	-	2790	3032	(609.644,56)
(d)	43	445	-1586	-2421	-3129	-3537	1851	454	(307.560,71)

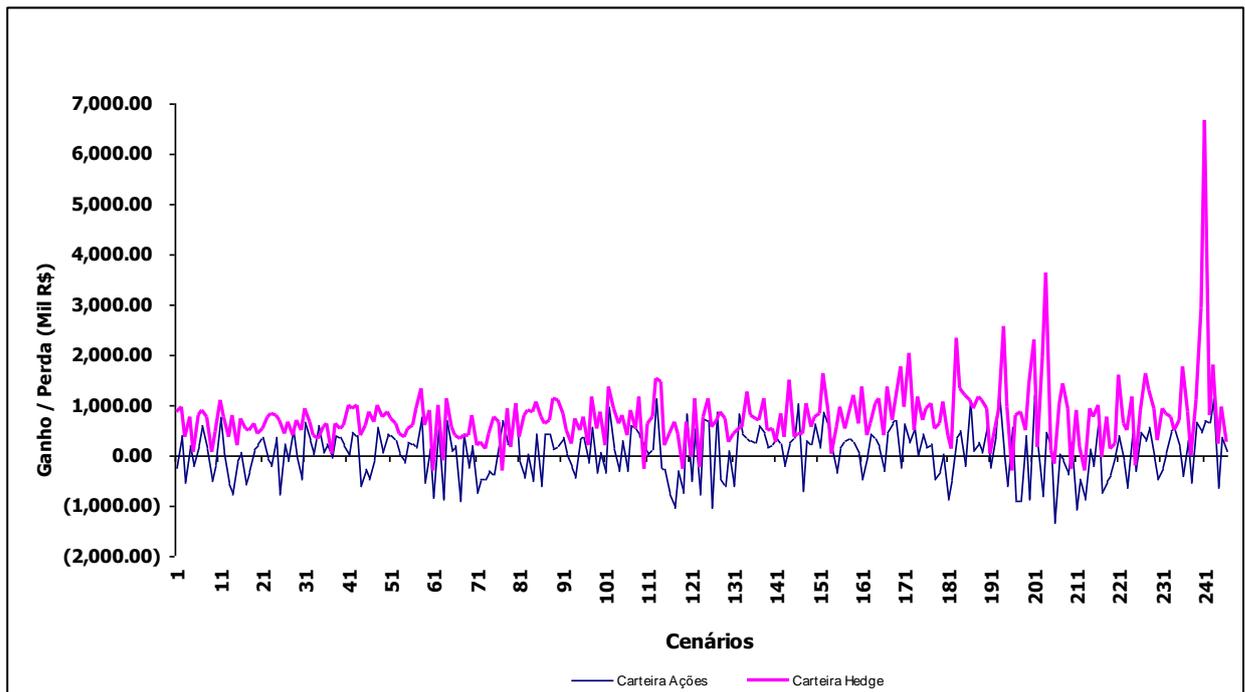
A segunda linha da Tabela 3 (linha b) indica a perda máxima (dada na última coluna) quando apenas as opções de compra (ver Tabela 2) são utilizadas para a minimização das exposições. Neste caso, o MOMT sugere como solução ótima vender 3757 lotes de PETRJ44 e 3956 lotes de VALEJ44. Há uma redução da perda máxima de 11,07% para 7,03% do patrimônio do fundo (ou seja, de R\$ 1.327.316,23 para R\$ 842.295,47).

A terceira linha da Tabela 3 (linha c) considera o uso apenas de opções de venda, o que acaba por reduzir ainda mais a perda máxima da carteira quando comparada àquela obtida somente com opções de compra: de R\$ 842.295,47 para R\$ 609.644,56 (sendo este último valor equivalente a 5,09% do patrimônio da carteira).

Por fim, a quarta linha da Tabela 3 (linha d) ilustra a redução quando todas as opções (de compra e de venda) podem ser consideradas simultaneamente, levando à melhor redução, equivalente a apenas 2,57% do patrimônio da carteira (ou seja, R\$ 307.560,71). A comparação deste resultado e do valor de perda máxima da carteira sem minimização (linha a) exemplifica o potencial do MOMT.

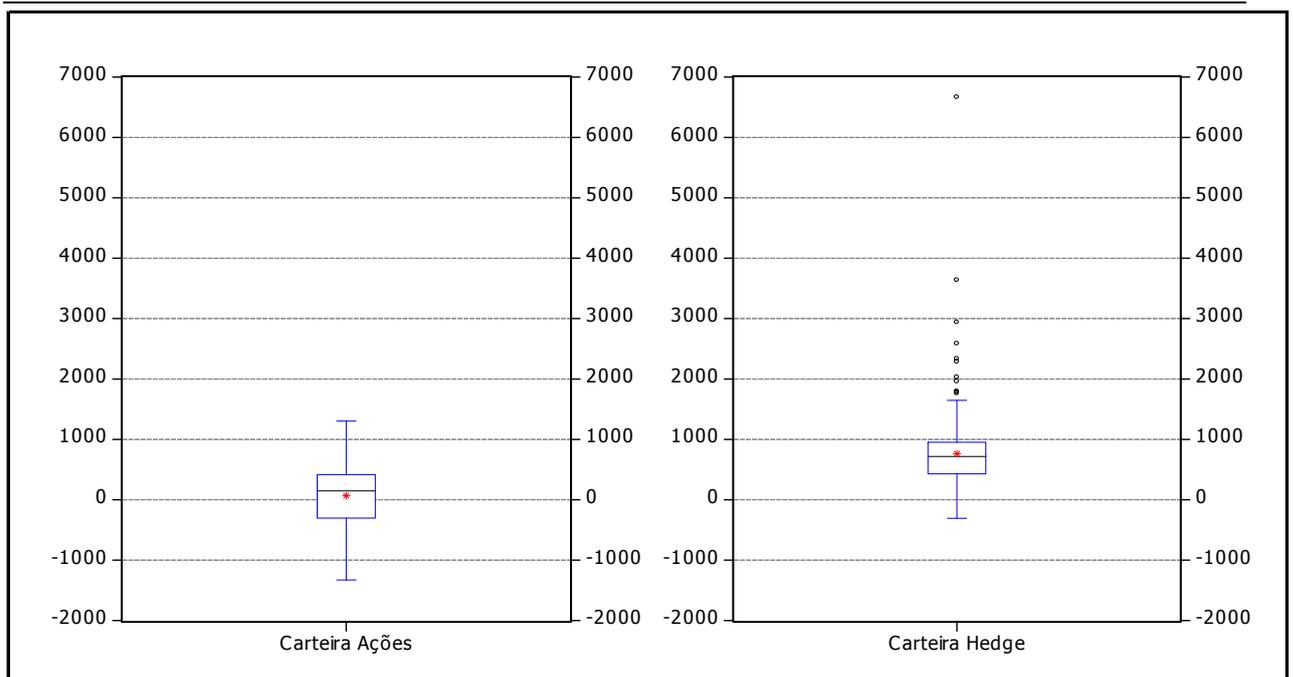
A Figura 2 ilustra, para cada um dos 246 cenários históricos utilizados, o ganho/perda da carteira sem minimização (linha a da Tabela 3) e da carteira ótima obtida com compra/venda de todas as opções (linha d da Tabela 3). Observa-se nesta figura o deslocamento da curva para cima no caso da carteira otimizada pelo MOMT quando seus ganhos/perdas são comparados aos ganhos/perdas da carteira somente com ações.

Figura 2. Ganhos e Perdas de Duas Carteiras



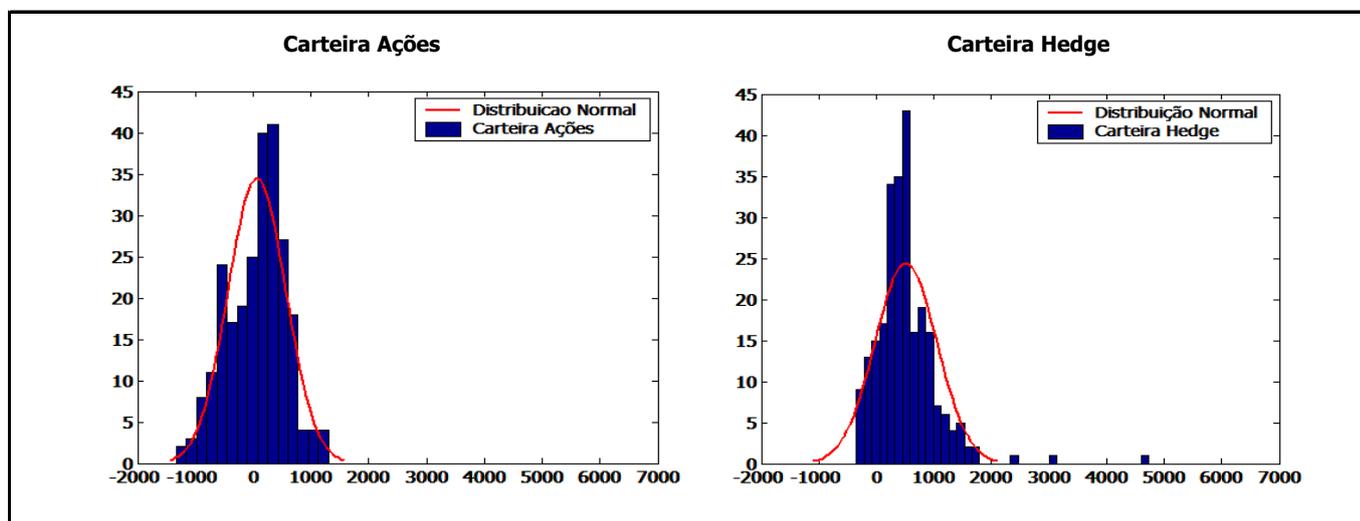
Na Figura 3 estão apresentados os *box plots* para os ganhos/perdas das mesmas duas carteiras da Figura 2. Podemos observar de maneira ainda mais clara o deslocamento (para cima) das distribuição de retornos da carteira otimizada quando comparada à carteira original somente com as doze ações.

Figura 3. Box-Plot dos Ganhos e Perdas das Duas Carteiras



Igualmente ilustrativa é a Figura 4, onde estão disponibilizados os histogramas dos ganhos/perdas das duas carteiras. Podemos observar que a cauda inferior da distribuição da carteira otimizada pelo MOMT é truncada, sendo este um efeito causado pela compra de opções de venda. Esta observação pode ser apreciada quando a distribuição Normal (de mesma média e variância) é sobreposta aos ganhos/perdas das duas carteiras. De fato, um dos efeitos marcantes do MOMT, observado em todos os exemplos numéricos gerados, foi o truncamento da cauda da distribuição de ganhos/perdas da carteira, controlando assim as perdas extremas para os cenários de estresse mais desfavoráveis.

Figura 4. Distribuição de Retornos de Duas Carteiras



Na Tabela 4 estão apresentados os resultados do MOMT para diversos valores dos parâmetros γ e λ . Podemos perceber que quanto maior a flexibilidade dada ao MOMT (ou seja, quanto maiores forem os valores de γ e λ), menor a perda máxima que se deve esperar da carteira otimizada com derivativos.

Tabela 4. Perda Máxima para Diferentes Parâmetros

γ	λ	IBOVU45	PETRJ44P	TNLPI26P	VALEJ44P	PETRJ44	VALEJ44	PETRI42P	VALEI42P	Perda Máx (R\$)
1%	2%	27	920	-1301	-820	-2053	-1712	1060	-269	(522,836.64)
1%	3%	31	1496	-2379	-1648	-1886	-2639	2031	775	(360,539.91)
1%	5%	29	1460	-2860	-1563	-1910	-2576	1936	750	(347,257.53)
1%	10%	32	1509	-2881	-1621	-1863	-2699	1927	719	(345,661.27)
3%	2%	44	822	-1586	-2221	-1442	-3871	2446	545	(378,029.17)
3%	3%	32	849	-2379	-2367	-2217	-3004	2888	1556	(293,944.67)
3%	5%	38	800	-2938	-2430	-2339	-3060	2841	1541	(291,390.57)
3%	10%	30	829	-2980	-2309	-2215	-3010	2827	1584	(264,682.11)
5%	2%	43	445	-1586	-2421	-3129	-3537	1851	454	(307,560.71)
5%	3%	43	436	-2155	-2421	-3141	-3562	1986	460	(282,856.90)
5%	5%	19	536	-3965	-3833	-2185	-3432	4094	4103	(150,822.68)
5%	10%	22	505	-3634	-3860	-2121	-3425	3947	4087	(143,847.75)
10%	2%	43	-89	-1586	-2723	-3835	-3956	1905	454	(291,055.46)
10%	3%	42	-1216	-2336	-4078	-4065	-4423	3889	2327	(94,160.71)
10%	5%	41	-1301	-2421	-4075	-4045	-4415	4049	2437	(88,433.34)

Uma comparação foi feita entre o MOMT e o uso de estratégias de *hedge* dinâmico usando as “letras gregas” das opções. A Tabela 5 resume alguns dos resultados obtidos.

Tabela 5. Comparação com o Uso das “Letras Gregas”

	Carteira Ações	<i>Hedge</i> Delta	<i>Hedge</i> Delta-Gama	MOMT
Perda Máxima (R\$)	(1.327.322,49)	(1.263.421,18)	(1.217.353,19)	(782.270,50)
Percentual Patrimônio	11,07%	10,53%	10,15%	6,52%
Ganho Modelo	-	R\$ 63.901,31	R\$ 109.969,30	R\$ 545.051,99

Por exemplo, se tomarmos a carteira de ações (da Tabela 1), e utilizarmos um *hedge* delta somente com a opção sobre futuros de Ibovespa (coluna “IBOVESPA” da Tabela 2), a perda máxima obtida será de R\$ 1.263.421,18 conforme a segunda coluna da Tabela 5.

A seguir, criamos sinteticamente outra opção de venda sobre futuros de Ibovespa (como aquela da Tabela 2) com a mesma data de vencimento, mas agora com preço de exercício de 40000 (em vez de 42000). Ao efetuarmos o *hedge* delta-gama usando as duas opções sobre contratos futuros do Ibovespa obte-

mos uma perda máxima de R\$ 1.217.353,19, conforme a terceira coluna da Tabela 5.

Por fim, usando as mesmas duas opções do *hedge* delta-gama, mas otimizando com o MOMT (com $\gamma = 3\%$ e $\lambda = 2\%$), obtemos uma perda máxima de R\$ 782.270,50, conforme a quarta coluna da Tabela 5.

A comparação dos valores da Tabela 4 e da Tabela 5 ilustra que o potencial do MOMT é substancial em relação ao uso de técnicas limitadas, como *hedge* delta e *hedge* delta-gama. Em outras palavras, enquanto o MOMT permite estratégias dinâmicas com quaisquer opções, no caso do *hedge* com “letras gregas” o conjunto de opções é muito limitado, com o potencial de redução da perda máxima no caso do MOMT resultando superior.

Uma quantidade interessante para consideração é o custo da operação de minimização dos riscos de mercado. Alguns resultados ilustrativos estão dados na Tabela 6 para as mesmas combinações de parâmetros dos exemplos mostrados na Tabela 4.

Tabela 6. Custo e Ganho Real da Operação

γ	λ	Perda Máx (R\$)	Custo da Operação (R\$)	Ganho Real da Operação (R\$)
1%	2%	(522.836,64)	(119.808,50)	684.677,35
1%	3%	(360.539,91)	(119.856,14)	846.926,44
1%	5%	(347.257,53)	(119.833,52)	860.231,44
1%	10%	(345.661,27)	(114.792,76)	866.868,46
3%	2%	(378.029,17)	(359.555,80)	589.737,52
3%	3%	(293.944,67)	(353.506,08)	679.871,74
3%	5%	(291.390,57)	(354.543,15)	681.388,77
3%	10%	(264.682,11)	(353.810,49)	708.829,89
5%	2%	(307.560,71)	(599.269,05)	420.492,73
5%	3%	(282.856,90)	(599.195,50)	445.270,09
5%	5%	(150.822,68)	(599.231,12)	577.268,69
5%	10%	(143.847,75)	(593.175,74)	590.299,00
10%	2%	(291.055,46)	(840.855,37)	195.411,66
10%	3%	(94.160,71)	(1.193.667,59)	39.494,19
10%	5%	(88.433,34)	(1.197.151,36)	41.737,79

Como esperado, quanto maior a diminuição da perda máxima da carteira em condições turbulentas, maior o custo da operação, sendo este último incorrido principalmente em função da compra de opções de venda, como uma análise comparativa entre as Tabela 4 e Tabela 6 mostra.

Há, portanto, um *trade-off* entre redução propiciada pelo MOMT e o custo da operação, o que deve ser necessariamente considerado pelo gestor da carteira. Uma possibilidade é utilizar o conceito de Ganho Real da Operação, disposto na última coluna da Tabela 6, e definido como sendo

$$\text{Perda Final (com operação)} + \text{Custo da Operação} - \text{Perda Inicial (sem operação)} \quad (2)$$

Por exemplo, ao considerarmos os valores das perdas e do custo para a efetivação da operação com $\gamma = 1\%$ e $\lambda = 2\%$ obtemos uma Perda Final (com operação) de -R\$ 522.836,64, um Custo da Operação de -R\$ 119.808,50, e uma Perda Inicial (sem operação) de -R\$ 1.327.322,49, resultando em um Ganho Real da Operação de R\$ 684.677,35, conforme Tabela 6. Ou seja, se considerarmos a coluna Ganho Real da Tabela 6 como um indicador de eficiência da operação, temos que as melhores alternativas para a minimização da perda máxima são aquelas obtidas com valores baixos de γ (ou seja, $\gamma = 1\%$).

Lembremos que a decisão de minimização dos riscos de mercado de uma carteira cabe ao seu gestor, que deve analisar o *trade-off* entre os custos envolvidos na operação com os derivativos comprados/vendidos e o máximo nível de perda aceitável.

CONCLUSÃO

Neste artigo consideramos o problema da minimização do risco de mercado de uma carteira de investimentos em condições de estresse no mercado financeiro brasileiro.

As propostas disponíveis na literatura de finanças para controle do risco de mercado de carteiras de investimento foram desenvolvidas sob a hipótese de

estabilidade do mercado. Para as situações atípicas, de estresse, várias hipóteses de modelagem necessitam de revisão. Por exemplo, estratégias baseadas na minimização da variância da carteira não devem ser utilizadas em condições de estresse por não ser possível assumir que a estrutura de covariância esteja inalterada. Neste sentido, o ideal em períodos de estresse é a utilização de metodologias que permitam a introdução de cenários na análise, com alguns destes cenários cobrindo situações de estresse, como ilustrado neste artigo.

A proposta apresentada neste artigo permite ao gestor o controle da perda máxima da carteira sob sua responsabilidade para períodos de turbulência no mercado financeiro. Ao buscar a minimização da perda máxima, o modelo permite ao gestor controlar a pior perda da sua carteira de acordo com o seu cenário mais desfavorável. A utilidade prática da proposta é, portanto, imensa, especialmente para períodos de elevada incerteza, quando gestores devem considerar cenários possivelmente catastróficos quando gerindo suas carteiras de investimento.

A metodologia descrita neste trabalho pode ser implementada facilmente na prática de gestores de carteiras, pois está baseada em uma estratégia dinâmica de controle do risco de mercado que requer a solução de um problema de programação matemática com restrições lineares, variáveis inteiras, livres e não negativas, existindo vários pacotes de otimização comerciais para este fim.

Exemplos numéricos baseados em dados reais dos mercados brasileiros de ações e derivativos foram apresentados, ilustrando o potencial da proposta, assim como foram calculados os níveis de redução obtidos para o risco de mercado da carteira ao final do *hedge* ótimo.

Nos cenários adotados nos exemplos numéricos foram cobertos períodos especialmente turbulentos vividos pelos investidores do mercado acionário brasileiro ao longo de um período de cinco anos consecutivos. É importante mencionar que foram utilizados apenas cenários históricos em nossos exemplos numéricos, como forma de facilitar a reprodução numérica dos resultados pe-

los leitores. Fica a ressalva que qualquer cenário gerado pelo gestor da carteira pode ser incorporado na etapa de otimização, sem que sejam necessárias alterações na metodologia proposta e ilustrada neste artigo, o que facilita sobremaneira seu uso na prática.

Extensões do modelo proposto são possíveis. Uma extensão seria a introdução de restrições não lineares que melhor representem variações de preço e níveis de liquidez dos instrumentos derivativos utilizados em momentos de turbulência de mercado. Neste caso, vale alertar que o uso combinado de restrições não lineares e variáveis inteiras pode dificultar a solução numérica do problema de otimização resultante, especialmente quando um número elevado de variáveis (por exemplo, derivativos usados) e restrições (incluindo cenários) estiverem presentes. Uma segunda extensão interessante seria o caso no qual probabilidades são dadas para cada um dos cenários adotados e incorporadas ao modelo de otimização. Neste caso, o gestor da carteira não mais busca controlar a perda máxima, mas sim minimizar a probabilidade de que algumas situações com perdas elevadíssimas ocorram com a carteira sob sua responsabilidade fiduciária.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADMATI, A.R.; BHATTACHARYA, S.; PLEIDERER, P. & ROSS, S.A. (1986) On Timing and Selectivity. *Journal of Finance*, vol. 41, n. 2, p. 715-730.
- ALEXANDER, C. & BARBOSA, A. (2008) Hedging Index Exchange Traded Funds. *Journal of Banking & Finance*, vol. 32, n. 2, p. 326-337.
- ANKIRCHNER, S; DIMITROFF, G.; HEYNE, G. & PIGORSCH, C. (2012). Futures Cross-Hedging with a Stationary Basis. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 4, n. 6, p. 1361-1395.
- APERGIS, N. & GABRIELSEN, A. (2012). Optimal Hedge Ratio Estimation During the Credit Crisis: An Application of Higher Moments. *Frontiers in Finance and Economics*, vol. 9, n. 2, p. 64-84.

- BEMPORAD, A.; BELLUCCI, L. & GABBRIELLINI, T. (2014). Dynamic option hedging via stochastic model predictive control based on scenario simulation. *Quantitative Finance*, vol. 14, n. 10, p. 1739-1751.
- BLACK, F. & LITTERMAN, R. (1991). Asset Allocation: Combining Investor Views with Market Equilibrium. *Journal of Fixed Income*, vol. 1, n. 1, p. 7-18.
- CAMPBELL, J.Y.; MEDEIROS, K.S. & VICIEIRA, L.M. (2010). Global Currency Hedging. *The Journal of Finance*, vol. 65, n. 1, p. 87-121.
- CARR, P. & WU, L. (2014). Static Hedging of Standard Options. *Journal of Financial Econometrics*, vol. 12, n. 1, p. 3-46.
- CFA INSTITUTE. (2009) *Corporate Finance and Portfolio Management (Volume 4)*. Wiley, New Jersey.
- CHAKRABORTY, A. & BARKOULAS, J.T. (1999). Dynamic Futures Hedging in Currency Markets. *The European Journal on Finance*, vol. 5, n. 3, p. 299-314.
- CHANG, C.; McALEER, M. & TANSUCHAT, R. (2011). Crude oil hedging strategies using dynamic multivariate GARCH. *Energy Economics*, vol. 33, n. 5, p. 912-923.
- CHEN, S.S.; LEE, C. & SHRESTHA, K. (2003). Futures Hedge Ratios: A Review. *Quarterly Review of Economics and Finance*, vol. 43, n. 3, p. 433-465.
- CUSATIS, P. & THOMAS, M. (2005) *Hedging Instruments and Risk Management: How to Use Derivatives to Control Financial Risk in Any Market*. McGraw-Hill, New York.
- DAHL, M.; GLAR, S. & MOLLER, T. (2011). Mixed dynamic and static risk-minimization with an application to survivor swaps. *European Actuarial Journal*, vol. 1, n. 2, p. 233-260.

- DUARTE Jr., A.M. (2005) *Gestão de Riscos para Fundos de Investimentos*. Pearson, São Paulo.
- FABOZZI, F.J. (2005) *The Handbook of Fixed Income Securities*. McGraw-Hill, New York.
- FABOZZI, F.J. & MARKOWITZ, H.M. (2011) *The Theory and Practice of Investment Management*. Wiley, New Jersey.
- FUSCO, R.A.; McLEAVEY, D.W.; PINTO, J.E. & RUNKLE, D.E. (2007). *Quantitative Investment Analysis*. Wiley, New Jersey.
- GHORBEL, A. & A. TRABELSI, A. (2012). Optimal dynamic hedging strategy with futures oil markets via FIEGARCH-EVT copula models. *International Journal of Managerial and Financial Accounting*, vol. 4, n. 1, p. 1-28.
- HAMMOUDEH, S.M.; YUAN, Y.; McALEER, M. & THOMPSON, M.A. (2010). Precious metals-exchange rate volatility transmissions and hedging strategies. *International Review of Economics & Finance*, vol. 19, n. 4, p. 633-647.
- HENRIKSSON, R.D. & MERTON, R.C. (1981). On Market Timing and Investment Performance: Statistical Procedures for Evaluating Forecasting Skills. *Journal of Business*, vol. 54, n. 2, p. 513-533.
- HULL, J.C. (2009) *Options, Futures and Other Derivatives*. Prentice Hall, New Jersey.
- JONDEAU, E. & ROCKINGER, M. (2006). Optimal Portfolio Allocation under Higher Moments. *Journal of European Financial Management*, vol. 12, n. 1, p. 29-55.
- JORION, P. (2009) *Value-at-Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. McGraw-Hill, New York.
- JUHL, T.; KAWALLER, I.G. & KOCH, P.D. (2012). The Effect of the Hedge Horizon on Optimal Hedge Size and Effectiveness When Prices are Cointegrated. *Journal of Futures Markets*, vol. 32, n. 9, p. 837-876.

- KALLSEN, J. & PAUWELS, A. (2013). Variance-Optimal Hedging for Time-Changed Lévy Processes. *Applied Mathematical Finance*, vol. 18, n. 1, p. 1-28.
- KONNO, H. & YAMAZAKI, H. (1991). Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Application to Tokyo Stock Market. *Management Science*, vol. 37, n. 3, p. 519-531.
- LIOUI, A. & PONCET, P. (2002). Optimal Currency Risk Hedging. *Journal of International Money and Finance*, vol. 21, n. 2, p. 241-264.
- MARKOWITZ, H.M. (1959) *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. Wiley, New York.
- MARKOWITZ, H.M.; TODD, P., XU, G. & YAMANE, Y. (1992). Fast Computation of Mean-Variance Efficient Sets Using Historical Covariances. *Journal of Financial Engineering*, vol. 1, n.1, 117-132.
- MARKOWITZ, H.M. (1993). Computation of Mean-Semivariance Efficient Sets by the Critical Line Algorithm. *Annals of Operations Research*, vol. 45, n.2 , p. 307-317.
- POWER, G.J.; VEDENOV, D.V.; ANDERSON, D.P. & KLOSE, S. (2013). Market volatility and the dynamic hedging of multi-commodity price risk. *Applied Economics*, vol. 45, n. 27, p. 3891-3903.
- RISKMETRICS. (1994) RiskMetrics. Technical Report, J.P.Morgan, New York.
- SALVADOR, E. & ARAGÓ, V. (2014). Measuring Hedging Effectiveness of Index Futures Contracts: Do Dynamic Models Outperform Static Models? A Regime-Switching Approach. *Journal of Future Markets*, vol. 34, n. 4, p. 374-398.
- SIM, A. & ZURBRUEGG, R. (2001). Optimal Hedge Ratios and Alternative Hedging Strategies in the Presence of Cointegrated Time-Varying Risks. *European Journal of Finance*, vol. 7, , n. 2, p. 269-283.
- TAHA, H.A. (2008) *Pesquisa Operacional*. Prentice Hall, São Paulo.

YIP, W.Y.; STEPHENS, D. & OLHEDE, S. (2010). Hedging Strategies and Minimal Variance Portfolios for European and Exotic Options in a Lévy Market. *Mathematical Finance*, vol. 20, n. 4, p. 617–646.